

Simulazione Test d'Ingresso di Matematica

Scuola Secondaria di Secondo Grado – Primo Anno

Durata: 1 ora

Punteggio totale: 100 punti

Istruzioni per lo Studente

Regole della prova:

- Tempo a disposizione: **60 minuti**.
- Calcolatrice: **Non è consentito** l'uso della calcolatrice, *salvo diverse indicazioni previste dalle misure compensative per studenti con certificazione DSA*.
- Rispondi a tutti i quesiti e mostra i passaggi negli esercizi a risposta aperta.

PARTE 1: Quesiti a Scelta Multipla (30 punti)

Scegli l'unica risposta corretta tra le quattro opzioni proposte. Ogni risposta corretta vale **3 punti**.

1. Teoria dei numeri e numeri primi

Quale tra i seguenti numeri è un numero primo?

- (A) 9
- (B) 15
- (C) 17
- (D) 21

2. Criteri di divisibilità

Un numero naturale è divisibile per 3 se e solo se:

- (A) La sua ultima cifra è 3.
- (B) La somma delle sue cifre è un multiplo di 3.
- (C) È un numero dispari.
- (D) Termina con 0 oppure 3.

3. Proprietà delle potenze

Qual è il valore dell'espressione $2^3 \cdot 2^4$?

- (A) 2^{12}
- (B) 4^7
- (C) 2^7
- (D) 4^{12}

4. Frazioni e percentuali

A quale percentuale corrisponde la frazione $\frac{3}{5}$?

- (A) 35%
- (B) 50%
- (C) 60%
- (D) 75%

5. Proporzionalità diretta

Se la grandezza y è direttamente proporzionale a x secondo la legge $y = kx$, cosa succede a y se x raddoppia?

- (A) y diventa la metà.
- (B) y raddoppia.
- (C) y aumenta di 2.
- (D) y rimane invariata.

6. Numeri relativi

Quale tra le seguenti disuguaglianze tra numeri interi relativi è **corretta**?

- (A) $-7 > -3$
- (B) $-5 < -2$
- (C) $-4 > 0$
- (D) $-1 < -8$

7. Geometria piana - Angoli

La somma degli angoli interni di un triangolo è sempre pari a:

- (A) 90°
- (B) 180°
- (C) 270°
- (D) 360°

8. Geometria piana - Formule dell'Area

L'area di un rombo con diagonale maggiore D e diagonale minore d si calcola con la formula:

- (A) $A = D \cdot d$
- (B) $A = \frac{D + d}{2}$
- (C) $A = \frac{D \cdot d}{2}$
- (D) $A = 2 \cdot (D + d)$

9. Piano cartesiano

In quale quadrante si trova il punto $P(-3, 4)$?

- (A) Primo quadrante
- (B) Secondo quadrante
- (C) Terzo quadrante
- (D) Quarto quadrante

10. Calcolo di mcm

Il minimo comune multiplo tra 6 e 8, $\text{mcm}(6, 8)$, è:

- (A) 14
- (B) 24
- (C) 48
- (D) 12

PARTE 2: Esercizi a Risposta Aperta (70 punti)

Svolgi i seguenti esercizi riportando tutti i passaggi fondamentali del procedimento.

Esercizio 1 (15 punti) – Aritmetica e Divisibilità

[15 punti]

a) Scomponi in fattori primi i numeri 120, 180 e 225, quindi calcola:

$$\text{MCD}(120, 180, 225) \quad \text{e} \quad \text{mcm}(120, 180, 225)$$

b) Determina se il numero 2.520 è divisibile per ciascuno dei seguenti numeri, motivando la risposta con il relativo criterio di divisibilità:

$$2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad 9, \quad 10$$

Esercizio 2 (15 punti) – Espressioni e Potenze

[15 punti]

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze dove possibile:

a) Espressione con numeri interi relativi:

$$[(-3)^2 \cdot (-3)^3] : (-3)^4 - \{-5 + 2 \cdot [4 - (-2)^3]\}$$

b) Espressione con frazioni e potenze:

$$\left\{ \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 \right]^3 : \left(\frac{2}{3} \right)^4 \right\} \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^2 - \frac{1}{6}$$

Esercizio 3 (15 punti) – Proporzionalità e Percentuali

[15 punti]

a) Una stampante 3D produce 6 componenti in 45 minuti lavorando a ritmo costante.

- Verifica che tra il numero di componenti y e il tempo x (in minuti) sussiste una relazione di proporzionalità diretta e scrivi la legge matematica $y = kx$.
- Calcola quanti componenti vengono prodotti in 2 ore e 15 minuti (135 minuti).

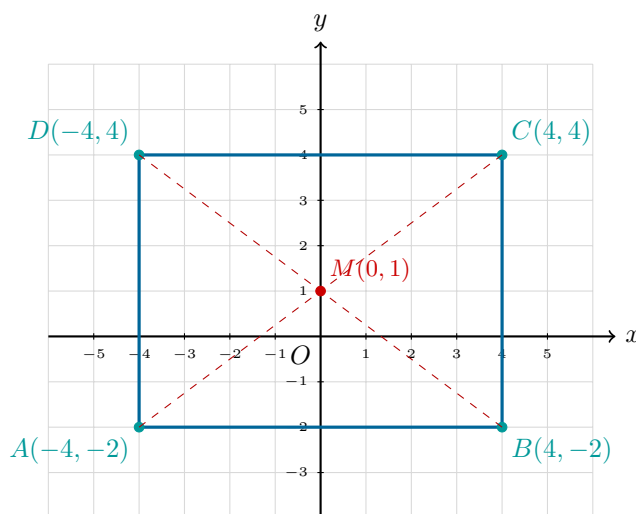
b) Un capo d'abbigliamento dal prezzo iniziale di 80 € viene messo in vendita con uno sconto del 20%. Durante i saldi di fine stagione viene applicato un ulteriore sconto del 5% sul prezzo già scontato.

- Calcola il prezzo finale del capo.
- Calcola lo sconto totale complessivo in euro e la percentuale di sconto totale effettivo rispetto al prezzo iniziale.

Esercizio 4 (10 punti) – Piano Cartesiano

[10 punti]

Nel piano cartesiano ortogonale rappresenta i punti $A(-4, -2)$, $B(4, -2)$, $C(4, 4)$ e $D(-4, 4)$, ed uniscili nell'ordine $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$.

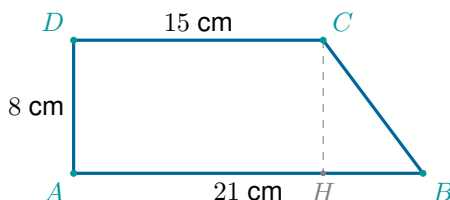


- Riconosci la figura geometrica ottenuta e calcola le lunghezze dei lati AB e BC .
- Calcola il perimetro e l'area del poligono $ABCD$.
- Determina le coordinate del punto d'intersezione M delle diagonali.
- Calcola la lunghezza della diagonale AC applicando il Teorema di Pitagora.

Esercizio 5 (15 punti) – Geometria Piana

[15 punti]

Un trapezio rettangolo $ABCD$ ha la base maggiore $AB = 21$ cm, la base minore $CD = 15$ cm e l'altezza $AD = 8$ cm.



- a) Calcola la lunghezza della proiezione del lato obliquo sulla base maggiore,
 $HB = AB - CD$.
- b) Calcola la lunghezza del lato obliquo BC mediante il Teorema di Pitagora al triangolo rettangolo CHB .
- c) Determina il perimetro e l'area del trapezio $ABCD$.
- d) Un quadrato è equivalente al trapezio. Calcola la lunghezza del lato e il perimetro del quadrato.

GUIDA ALL'AUTOVALUTAZIONE E SOLUZIONI SVOLTE

Utilizza questa sezione per verificare le tue risposte e calcolare il punteggio finale.

Tabella di Conversione del Punteggio

Punteggio	Livello	Valutazione e Consigli
85 – 100	Eccellente	Preparazione solida. Pronto per le superiori.
70 – 84	Buono	Buona padronanza. Ripassa le piccole incertezze.
60 – 69	Sufficiente	Competenze base acquisite. Necessario ripasso metodico.
< 60	Da rafforzare	Lacune diffuse. Si consiglia un recupero guidato.

Soluzioni Parte 1: Quesiti a Scelta Multipla

Quesito	Risposta	Spiegazione Sintetica
1	C	17 è divisibile solo per 1 e per se stesso. ($9 = 3^2$, $15 = 3 \cdot 5$, $21 = 3 \cdot 7$).
2	B	Criterio di divisibilità per 3: somma delle cifre multiplo di 3.
3	C	Prodotto di potenze con stessa base: $2^{3+4} = 2^7$.
4	C	$\frac{3}{5} = 0,60 = 60\%$.
5	B	In $y = kx$, se x raddoppia, y raddoppia ($y' = k(2x) = 2kx = 2y$).
6	B	Tra i numeri negativi, è minore chi ha valore assoluto maggiore: $-5 < -2$.
7	B	La somma degli angoli interni di qualsiasi triangolo è 180° .
8	C	Formula dell'area del rombo: $A = \frac{D \cdot d}{2}$.
9	B	Coordinate $(-x, +y)$ appartengono al Secondo Quadrante.
10	B	Multipli di 8: 8, 16, 24, ...; il primo divisibile per 6 è 24.

Soluzioni Svolte Parte 2: Esercizi a Risposta Aperta

Esercizio 1 (15 punti):

- a) Scomposizione: $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$, $225 = 3^2 \cdot 5^2$.
MCD = $3 \cdot 5 = 15$.
mcm = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 8 \cdot 9 \cdot 25 = 1800$. (8 pt)
- b) Per 2.520: Divisibile per 2 (pari), per 3 e 9 ($2 + 5 + 2 + 0 = 9$), per 4 (Ultime cifre 20), per 5 e 10 (termina per 0). Tutti VERO. (7 pt)

Esercizio 2 (15 punti):

○ a) $[(-3)^5] : (-3)^4 - \{-5 + 2 \cdot [4 - (-8)]\} = (-3)^1 - \{-5 + 2 \cdot 12\} = -3 - 19 = -22.$ (8 pt)

○ b) $\left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^6 : \left(\frac{2}{3}\right)^4 \right\} \cdot \frac{9}{16} - \frac{1}{6} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{9}{16} - \frac{1}{6} = \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{16} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}.$ (7 pt)

Esercizio 3 (15 punti):

○ a) $k = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$ comp/min. Legge: $y = \frac{2}{15}x$.
In 135 min: $y = \frac{2}{15} \cdot 135 = 2 \cdot 9 = 18$ componenti. (7 pt)

○ b) Primo sconto (20%): $80 \cdot 0,20 = 16 \text{ €} \Rightarrow \text{Prezzo scontato} = 64 \text{ €}.$
Secondo sconto (5%): $64 \cdot 0,05 = 3,20 \text{ €} \Rightarrow \text{Prezzo finale} = 60,80 \text{ €}.$
Sconto totale = $80 - 60,80 = 19,20 \text{ €}$ (24% effettivo). (8 pt)

Esercizio 4 (10 punti):

○ a) Rettangolo. Base $AB = 4 - (-4) = 8$, Altezza $BC = 4 - (-2) = 6.$ (3 pt)

○ b) Perimetro $P = 2 \cdot (8 + 6) = 28$. Area $A = 8 \cdot 6 = 48.$ (3 pt)

○ c) Punto medio $M \left(\frac{-4+4}{2}, \frac{-2+4}{2} \right) = M(0, 1).$ (2 pt)

○ d) Diagonale $AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10.$ (2 pt)

Esercizio 5 (15 punti):

○ a) Proiezione $HB = 21 - 15 = 6 \text{ cm}.$ (3 pt)

○ b) Lato obliquo $BC = \sqrt{CH^2 + HB^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ cm}.$ (4 pt)

○ c) Perimetro $P = 21 + 10 + 15 + 8 = 54 \text{ cm}.$ Area $A = \frac{(21+15) \cdot 8}{2} = 144 \text{ cm}^2.$ (5 pt)

○ d) Quadrato equivalente: Area = $144 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{Lato } l = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}.$ Perimetro $P = 48 \text{ cm}.$ (3 pt)