

## Soluzione degli esercizi

### Esercizio

Quali di queste relazioni individuano una funzione e quali no? Se la risposta è negativa, è possibile modificare la relazione in modo che diventi una funzione? Giustifica le tue risposte.

- La relazione che associa ad ogni persona la propria età
- La relazione che associa a ciascun numero naturale una persona con di età corrispondente
- La relazione che associa ad ogni persona la propria prole
- La relazione che associa a un qualsiasi numero di 10 cifre un cellulare
- La relazione che associa ad ogni secondo la tua posizione
- La relazione che associa ad ogni brano musicale l'artista che lo ha registrato

Procediamo con ordine:

1. Ogni elemento dell'insieme persone ha una età definita ed è unica, questa relazione è una funzione.
2. Ci sono almeno un paio di persone nate, per esempio, nel '94 (fanno parte di quella categoria chiamata *millennials*), quindi il numero 25 dovrebbe essere associato almeno a un paio di persone; in questo caso non si tratta di una funzione, ma potrebbe diventarlo se a ogni numero associamo l'ultima persona di quell'età che ha festeggiato il compleanno (la più giovane con quell'età).
3. La famiglia Kardashian-West è un ottimo esempio di come una persona possa avere più figli/figlie, mentre ci sono persone che non ne hanno; non è una funzione, ma può diventarlo se a ogni persona con prole si associa il primogenito.
4. Esistono diversi numeri di 10 cifre che non corrispondono a un numero di cellulare; non è dunque una funzione. Un modo per rendere questa relazione una funzione è ridurre il dominio all'insieme di tutti i numeri telefonici esistenti.
5. Al di là di teorie fantascientifiche sull'ubiquità e sugli universi paralleli, supponiamo non sia possibile per te essere contemporaneamente in due posti diversi. Ci troviamo di fronte a una funzione.
6. Uno dei film candidati agli Oscar 2019 è "A star is born", in cui Lady Gaga duetta con Bradley Cooper con il famosissimo brano "Shallow"; questo brano è stato registrato da entrambi e avrebbe quindi due immagini. Non si tratta dunque di una funzione, ma potrebbe diventarlo se ad ogni brano si associa, per esempio, il primo artista che compare su Spotify.

### Esercizio

Considera le funzioni dell'esercizio precedente e identifica quali di esse siano iniettive, suriettive o biettive. Riesci a modificarle in modo da renderle iniettive, suriettive, biettive?

Guardiamo di nuovo alle funzioni una alla volta (consideriamo, per le relazioni che non erano funzioni, le funzioni definite come nella soluzione dell'esercizio sopra).

1. Non può di certo essere iniettiva perché più persone possono avere la stessa età. D'altro canto, pare che la persona più longeva del mondo abbia raggiunto un'età di 122 anni, per cui non ci sarebbe nessuna persona associata ai numeri dal 123 in su. Se però restringiamo il codominio ai numeri dallo 0 al 122 possiamo rendere questa funzione suriettiva.
2. Associando a ogni numero la persona più giovane con quell'età (l'ultima ad aver festeggiato il compleanno) troviamo di certo una funzione iniettiva, ma non suriettiva perché diverse persone resterebbero senza un numero assegnato con questo procedimento.

3. Ciascuno di noi è nato da qualcuno, quindi la funzione sarebbe sicuramente suriettiva, ma una persona può avere più genitori, quindi non è iniettiva.
4. Siccome alcuni cellulari dispongono di una doppia SIM, potrebbe capitare che due numeri abbiano come immagine lo stesso cellulare; non si tratterebbe quindi di una funzione iniettiva. Del resto, alcuni cellulari potrebbero non aver nessun numero assegnato (per esempio, quelli nuovi, in cui non è ancora stata messa una SIM), quindi la funzione non è nemmeno suriettiva.
5. In questi giorni di pausa forzata ti sarà capitato di certo di restare fermo nella stessa posizione per qualche minuto; non si tratta dunque di una funzione iniettiva. Del resto, non puoi aspettarti certo nel corso della tua vita visiterai tutto lo spazio disponibile sulla Terra (o nell'Universo); la funzione quindi non è nemmeno suriettiva.
6. Un "artista musicale", per definirsi tale, deve aver prodotto almeno un brano, dunque la funzione è suriettiva. Del resto, ci si aspetta che un artista registri più di un brano (pensa ai CD), quindi la funzione non è iniettiva.

### Esercizio

Date le seguenti leggi matematiche che individuano delle funzioni reali di variabile reale, calcolane il loro valore nei punti 0, 1 e 3 (cioè, calcola  $f(0)$ ,  $f(1)$  e  $f(3)$ ) e rappresentali sul piano cartesiano. Riesci a disegnare un grafico approssimativo?

- $f(x) = x + 1$
- $f(x) = -2x + 3$
- $f(x) = -\frac{x^2}{3} + 3$
- $f(x) = \frac{x^2-1}{x-5}$

Nuovamente, guardiamo una funzione alla volta.

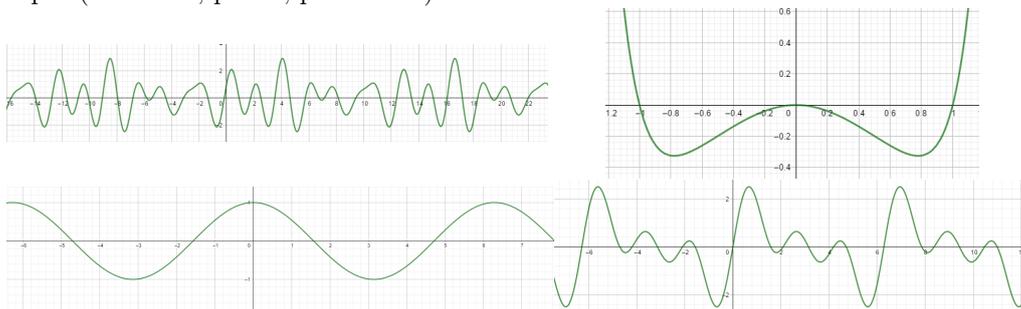
1.  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 2$  e  $f(3) = 4$ .
2.  $f(0) = 3$ ,  $f(1) = 1$  e  $f(3) = -3$ .
3.  $f(0) = 3$ ,  $f(1) = 8/3$  e  $f(3) = 0$ .
4.  $f(0) = 1/5$ ,  $f(1) = 0$  e  $f(3) = -4$ .

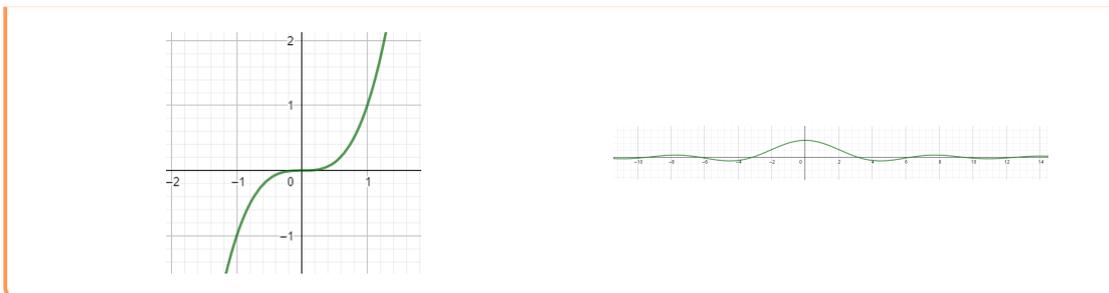
Di seguito, i grafici delle quattro funzioni, in ordine.

INSERIRE GRAFICI FUNZIONI

### Esercizio

Dati i seguenti grafici, individua quali di esse posseggono le proprietà che abbiamo definito sopra (crescenza, parità, periodicità).





Guardiamo di nuovo i vari casi.

1. La funzione è periodica.
2. La funzione è pari.
3. La funzione è periodica E pari.
4. La funzione è periodica.
5. La funzione è dispari E strettamente crescente.
6. La funzione è pari.